Spezifikation einer Nutzenfunktion vom Cobb-Douglas-Typ

$$C = R + wh$$

$$L = L_o - h$$

$$U(L,C) = (L_o - h)^{\alpha} (R + wh)^{1-\alpha}$$

Spezifikation einer Nutzenfunktion vom Cobb-Douglas-Typ

falls R auf Monatsbasis und h auf Wochenbasis

$$C = R + wh * 4{,}33$$

$$L = L_o - h * 4{,}33$$

$$U(L, C) = (L_o - h * 4{,}33)^{\alpha} (R + wh * 4{,}33)^{1-\alpha}$$

Grenzrate der Substitution

$$\frac{\partial U}{\partial L} = \alpha(L_o - h)^{\alpha-1}(R + wh)^{1-\alpha}$$

$$\frac{\partial U}{\partial C} = (L_o - h)^{\alpha}(1-\alpha)(R + wh)^{-\alpha}$$

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial C}} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{R + wh}{L_o - h}$$

Im Optimum gilt

$$\frac{\dfrac{\partial U}{\partial L}}{\dfrac{\partial U}{\partial C}} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{R+wh}{L_o - h} = w$$

Auflösung nach h ergibt optimales Arbeitsangebot h*:

$$w(1-\alpha)(L_o - h) = \alpha(R + wh)$$

$$w(1-\alpha)L_o - wh + \alpha wh = \alpha R + \alpha wh$$

$$wh = w(1-\alpha)L_o - \alpha R$$

$$\Rightarrow$$

$$h^* = (1-\alpha)L_o - \alpha\frac{R}{w}$$

Für den Reservationslohn ergibt sich (optimales Arbeitsangebot an der Stelle h*=0):

$$0 = (1-\alpha)L_o - \alpha\frac{R}{w}$$

$$\alpha\frac{R}{w} = (1-\alpha)L_o$$

$$\Rightarrow$$

$$w^r = R\frac{\alpha}{(1-\alpha)L_o}$$

Verlauf der Indifferenzkurven

Bezugspunkt:

$$\overline{U} = (L_o - \overline{h})^{\alpha} (R + w\overline{h})^{1-\alpha}$$

Gesucht: Y, so dass gilt

$$\overline{U} = (L_o - h)^{\alpha} Y^{1-\alpha}$$

Verlauf der Indifferenzkurven

$$(L_o - h)^{\alpha} Y^{1-\alpha} = \overline{U}$$

$$(L_o - h)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} Y = \overline{U}^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$(L_o - h)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} Y = (L_o - \overline{h})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (R + w\overline{h})$$

$$Y = \left(\frac{L_o - \overline{h}}{L_o - h} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (R + w\overline{h})$$

Verlauf der Indifferenzkurven

$$Y = (R + w\overline{h} * 4{,}33)\left(\frac{L_o - \overline{h}}{L_o - h}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$\overline{h}$ bezeichnet den Ankerpunkt, relativ zu dem die Indifferenz berechnet wird; Y könnte man auch als kompensierendes monetäres Äquivalent bezeichnen, das erforderlich ist, um Nutzengleichheit zwischen h und $\overline{h}$ herzustellen.

Konvexe Budgetrestriktion

V: Einkommensniveau, ab dem die Besteuerung wirksam wird
t: Steuersatz, der ab V gilt

Für den Knickpunkt gilt:

$$R + wh_V * 4{,}33 = V$$

$$\Rightarrow$$

$$h_V = \frac{V - R}{w * 4{,}33}$$

Konvexe Budgetrestriktion

Für das virtuelle R des zweiten Budgetabschnitts gilt:

$$\widetilde{R} = R + wh_V * 4{,}33 - w(1-t)h_V * 4{,}33$$

$$= R + wh_V * 4{,}33t$$

$$= R + w\frac{V-R}{w*4{,}33} * 4{,}33t$$

$$= R + (V-R)t$$

Konkave Budgetrestriktion

t: Transferentzugsrate im ersten Budgetabschnitt

Für den Knickpunkt gilt:

$$R + w(1-t)h_S * 4{,}33 = wh_S * 4{,}33$$

$$\Rightarrow$$

$$R = wh_S * 4{,}33t$$

$$h_S = \frac{R}{w * 4{,}33t}$$

Konkave Budgetrestriktion

Die Reservationslohngleichung ist abschnittsspezifisch.

Für den ersten Abschnitt gilt wie gehabt:

$$w^r = R\frac{\alpha}{(1-\alpha)L_o}$$

Konkave Budgetrestriktion

Für den zweiten Abschnitt gilt dagegen:

$$(L_o - h_2^*)^{\alpha} (wh_2^* * 4{,}33)^{1-\alpha} \geq L_o{}^{\alpha} wh_2^* * R^{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow$$

$$w^r = \frac{L_o{}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} R}{(L_o - h_2^*)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h_2^* * 4{,}33}$$