

## Partielles Suchmodell: Vorbemerkungen

- **Ausgangspunkt:**  
**Grundmodell**, welches Arbeitssuche in einer Situation mit unvollständiger Information beschreibt
- **Vereinfachende Annahmen:**
  - 1) Exogene Arbeitslosenunterstützung
  - 2) Gegebene Suchintensität
  - 3) Keine Suche *on the job*
  - 4) Stationäres Umfeld

## Partielles Suchmodell: Grundbegriffe

### 1. Verteilung von Lohnofferten

Die mit einem angebotenen Arbeitsplatz verbundene Lohnofferte  $w$  ist eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion:

$$H(w) = \int_{-\infty}^w h(w)dw$$

### 2. Übergangsrate (*hazard rate / transition rate*)

Wahrscheinlichkeit eines Arbeitslosen, in einer Suchperiode Stellenangebot zu bekommen und zu akzeptieren:

$$\varphi = \lambda[1 - H(x)]$$

mit

$x$  - Reservationslohn - niedrigster Lohn, zu dem Arbeitsplatzangebot angenommen wird

$\lambda$  - Wahrscheinlichkeit ein Lohnangebot zu bekommen

## Grundannahmen

- A1. Stationäres Umfeld in kontinuierlicher Zeit
- A2. Risikoneutrale Individuen mit unendlicher Lebensdauer maximieren Wert des künftigen Einkommens  $V(w)$
- A3. Exogener konstanter Diskontsatz pro Periode  $dt$ :  $r dt$
- A4. Unvollständige Information: Individuen kennen nur  $H(w)$
- A5.  $H(w)$  ist exogen (partiell Modell)
- A6. Stellenangebot = Angebot eines für die Dauer des Arbeitsverhältnisses konstanten Lohns  $w$
- A7. Lohnangebote sind unabhängige Realisationen aus  $H(w)$
- A8. Individuen können auf abgelehnte Angebote nicht nachträglich zurückgreifen
- A9. Arbeitsverhältnisse enden in jeder Periode  $dt$  mit exogener Wahrscheinlichkeit  $q dt > 0$
- A10. Arbeitslose erhalten in jeder Periode  $dt$  mit exogener Wahrscheinlichkeit  $\lambda dt$  ein Stellenangebot
- A11. Bei Arbeitssuche entstehen in jeder Periode Kosten von  $c > 0$  ; Arbeitssuchender erhält Einkommen  $b > 0$  (HH-Produktion, 'Freizeit', Arbeitslosenunterstützung)  
 $\Rightarrow z = b - c$  Nettoeinkommen bei Arbeitssuche

## Optimale Suchstrategie

Arbeitslose, die Wert des künftigen Einkommens (= Nutzen) maximieren, wägen ab, ob Einkommen bei Beschäftigung zum Lohn  $w$  höher oder niedriger ist als der Wert bei einer weiteren Suche

### Erwarteter diskontierter Nutzen bei Beschäftigung mit Lohn $w$ :

$$V_e(w) = \frac{1}{1+rdt} \left[ \underbrace{w \, dt}_{\text{Einkommensstrom in Periode } dt} + (1-q \, dt) \underbrace{V_e(w) + q \, dt \, V_u}_{\text{diskontiertes erwartetes Einkommen ab Periode } t+dt} \right]$$

mit

$V_e(w)$  - diskontiertes erwartetes Einkommen bei Beschäftigung

$V_u$  - diskontiertes erwartetes Einkommen bei Arbeitslosigkeit

Multiplikation mit  $1 + rdt$  und Umformen:

$$\Rightarrow rV_e(w) = w + q(V_u - V_e(w))$$

## Optimale Suchstrategie

$$rV_e(w) = w + q(V_u - V_e(w))$$

### Interpretation:

Diskontierter Einkommensstrom  $rV_e$  aus Beschäftigung entspricht dem erzielten Lohn plus der Einkommensänderung bei Beendigung des Arbeitsverhältnisses

### Hinweis:

Im Normalfall  $V_u < V_e$ , also Einkommensverlust

## Reservationslohn

Für Arbeitssuchende gibt es **in jeder Periode zwei Möglichkeiten**:

- Sie erhalten **kein Angebot** ► weitere Suche
  - Gilt, weil  $V_u$  annahmegemäß stationär ► keine *discouraged workers*
- Sie erhalten **Angebot**  $w$  ► keine weitere Suche, falls  $V_e(w) - V_u > 0$

Aus Gleichung für  $V_e(w)$ :

$$\Rightarrow V_e(w) - V_u = \frac{w - rV_u}{r + q} > 0 \Leftrightarrow w > rV_u$$

► **Reservationslohn:**  $x = rV_u$  (**stopping rule**)

- Bei Angeboten  $w > x$  stellt Arbeitsloser Suche ein
- Der Reservationslohn ist dadurch charakterisiert, dass  $V_e(x) = V_u$

## Erwarteter Nutzen bei Arbeitslosigkeit: $V_u$

- Der **Suchprozess** lässt sich anhand der Eigenschaften des Reservationslohns  $x$  näher charakterisieren
  - Der **Reservationslohn** wird durch die Diskontrate und das erwartete Einkommen bei Arbeitslosigkeit bestimmt
  - Zu jedem Zeitpunkt kann sich der Status (und damit die Einkommenssituation) des Arbeitslosen mit Rate  $\lambda$  verändern
  - $\lambda$  (**job offer arrival rate**) reflektiert:
    - den generellen Zustand des Arbeitsmarkts
    - die Suchintensität des Arbeitslosen
    - Eigenschaften des Arbeitslosen (Alter, Ausbildung, ...)
- Hier:  $\lambda$  exogen

## Erwarteter Nutzen bei Arbeitslosigkeit: $V_u$

### Erwarteter diskontierter Nutzen bei Eingang eines Arbeitsangebots:

$$V_\lambda = \int_{-\infty}^x V_u h(w) dw + \int_x^{\infty} V_e h(w) dw$$

### Erwarteter diskontierter Nutzen bei fortgesetzter Suche:

$$V_u = \frac{1}{1+r} \frac{dt}{dt} \left[ \underbrace{z dt}_{\text{Einkommen: } b - c} + \underbrace{\lambda dt V_\lambda}_{\text{Angebot}} + \underbrace{(1 - \lambda dt) V_u}_{\text{Kein Angebot}} \right]$$

Einkommensstrom  
in Periode  $dt$ 
diskontiertes erwartetes  
Einkommen ab Periode  $t+dt$

Hinweis: Stationäres Umfeld



## Noch einmal: Reservationslohn

Multiplikation mit  $1 + rdt$ , Einsetzen von  $V_\lambda$  und Umformen:

$$\begin{aligned}
 V_u &= \frac{1}{1+rdt} [zdt + \lambda dt V_\lambda + (1 - \lambda dt) V_u] \\
 (1 + r)V_u &= z + \lambda V_\lambda + (1 - \lambda)V_u \\
 (1 + r)V_u &= z + \lambda \left[ \int_{-\infty}^x V_u h(w) dw + \int_x^{\infty} V_e h(w) dw \right] + (1 - \lambda)V_u \\
 rV_u &= z + \lambda \left[ \int_{-\infty}^x V_u h(w) dw + \int_x^{\infty} V_e h(w) dw \right] + (1 - \lambda)V_u - V_u \\
 rV_u &= z + \lambda \left[ \int_{-\infty}^x V_u h(w) dw + \int_x^{\infty} V_e h(w) dw - V_u \right] \\
 \boxed{rV_u} &= \boxed{z + \lambda \int_x^{\infty} [V_e(w) - V_u] h(w) dw}
 \end{aligned}$$

► Der diskontierte Einkommensstrom  $rV_u$  aus fortgesetzter Suche entspricht dem Nettoeinkommen bei Arbeitslosigkeit plus der erwarteten Einkommensänderung bei Erhalt und Annahme eines Stellenangebotes

## Noch einmal: Reservationslohn

Mit (s.o.)  $x = rV_u$  und  $V_e(w) - V_u = \frac{w - rV_u}{r + q}$  folgt:

$$rV_u = z + \lambda \int_x^\infty [V_e(w) - V_u] h(w) dw$$

$$x = z + \lambda \int_x^\infty \frac{w - rV_u}{r + q} h(w) dw$$

$$x = z + \frac{\lambda}{r+q} \int_x^\infty (w - x) h(w) dw$$

Man kann zeigen:

- Es existiert nur ein optimaler Reservationslohn  $x$
- Der optimale Reservationslohn maximiert  $V_u(x)$

## Hazard Rate und Dauer der Arbeitslosigkeit

- Arbeitssuchende verlassen die Arbeitslosigkeit, wenn...
  - sie ein Stellenangebot erhalten (mit Wahrscheinlichkeit  $\lambda$ )
  - der angebotene Lohn höher ist als der Reservationslohn (mit Wahrscheinlichkeit  $1 - H(x)$ )
- **Abgangsrate aus Arbeitslosigkeit (hazard rate):**  $\varphi = \lambda(1 - H(x))$
- Mit der Abgangsrate lässt sich die durchschnittliche Dauer der Arbeitslosigkeit angeben:
 
$$T_u(x) = \frac{1}{\lambda(1 - H(x))} = \frac{1}{\varphi}$$
  - Zufallseignisse in stetiger Zeit werden oft als **Poisson-Prozess** modelliert
  - In einem solchen Prozess ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis  $X$  zum Zeitpunkt  $t$  eintritt  $\lambda(t) = \lambda$ , also konstant
  - Für Poisson-Prozesse gilt:  $E(X) = \frac{1}{\lambda}$
- Offensichtlich ist  $\frac{\partial T_u}{\partial x} > 0$ , d.h. die durchschnittliche Dauer der Arbeitslosigkeit ist eine positive Funktion des Reservationslohns

## Komparative Statik

Zur Erinnerung: Implizite Funktionen-Theorem:

$$G(x, y) = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_{G=0} = - \frac{\partial G / \partial y}{\partial G / \partial x}$$

Schreibe Reservationslohngleichung um als:

$$\phi(x, z, r, \lambda, q) \equiv x - z - \frac{\lambda}{r + q} \int_x^\infty (w - x) h(w) dw \Rightarrow \phi(x, z, r, \lambda, q) = 0$$

► Es gilt:  $\phi_x > 0, \phi_z < 0, \phi_r > 0, \phi_\lambda < 0, \phi_q > 0$

▪ Komparativ-statische Ergebnisse: **Reservationslohn...**

... **steigt** mit dem **Einkommen** während Arbeitssuche:  $z = b - c$

... **steigt** mit der Rate der eingehenden **Stellenangebote**:  $\lambda$

... **sinkt** bei zunehmender **Gegenwartsorientierung** des Individuums:  $r$

... **sinkt** bei steigender **Instabilität** der Beschäftigungsverhältnisse:  $q$

## Mehr komparativ-statische Ergebnisse

- **Veränderungen der Verteilungsfunktion  $h(w)$  :**

- $E(h(w))$  ↑ (z.B. weil Arbeitsloser sich weiterbildet)

- Reservationslohn ↑

- $Var(h(w))$  ↑: unbestimmter Effekt

- Wenn höhere Varianz vor allem durch mehr Variation in den hohen Lohnofferten zustande kommt, steigt tendenziell Ertrag der Jobsuche

- Reservationslohn ↑

- **Die Dauer der Arbeitslosigkeit  $T_u(x)$  ...**

- ... **steigt** mit dem **Einkommen** während Arbeitssuche:  $z = b - c$

- ... **sinkt** bei zunehmender **Gegenwartsorientierung** des Individuums:  $r$

- ... **sinkt** bei steigender **Instabilität** der Beschäftigungsverhältnisse:  $q$

## Nicht-Partizipation, Arbeitslosigkeit und Beschäftigung

Im neoklassischen Arbeitsangebotsmodell galt:

$$w > x \Rightarrow \text{Arbeitnehmer}$$

$$w \leq x \Rightarrow \text{Nicht-Erwerbsperson}$$

Im Modell mit Arbeitsplatzsuche bestimmen darüber hinaus die Arbeitsmarktbedingungen  $\Omega = \Omega(H(w), z, r, \lambda, q)$  den Status der Individuen ►  $x = x(\Omega)$

### 1. Entscheidung zwischen Inaktivität und Partizipation: $V_u \geq V_I$

Vergleich zwischen Einkommenswert bei Arbeitsplatzsuche  $rV_u = x$  und Einkommenswert bei Inaktivität  $V_I$

Bei konstantem Nicht-Erwerbseinkommen  $R_I \Rightarrow rV_I = R_I$

### 2. Entscheidung zwischen Arbeitslosigkeit und Beschäftigung: $V_e > V_u$

## Discouraged Workers

### Möglicher Arbeitsmarktstatus im Suchmodell:

	$x(\Omega) \leq R_I$	$x(\Omega) \geq R_I$
$w \leq x(\Omega)$	Nicht-Erwerbsperson	Erwerbsloser
$w > x(\Omega)$	Nicht-Erwerbsperson	Erwerbstätiger

Unter den Nicht-Erwerbspersonen gibt es Individuen, die nicht arbeiten, weil...

... sie zu den auf dem Arbeitsmarkt angebotenen Löhnen nicht arbeiten wollen

... die auf dem Arbeitsmarkt angebotene Löhne akzeptieren würden, aber wegen zu hoher Suchkosten nicht suchen

Diese Nichtteilnehmer heißen ***discouraged workers***:

$$x(\Omega) \leq R_I \leq E(w) = \int_0^{\infty} wh(w)dw$$

d.h. das erwartete Einkommen bei Aufnahme der Suche ist kleiner als das Einkommen bei Inaktivität, obwohl das erwartete Einkommen bei Annahme eines Arbeitsplatzes höher wäre als bei Inaktivität

## Discouraged Workers

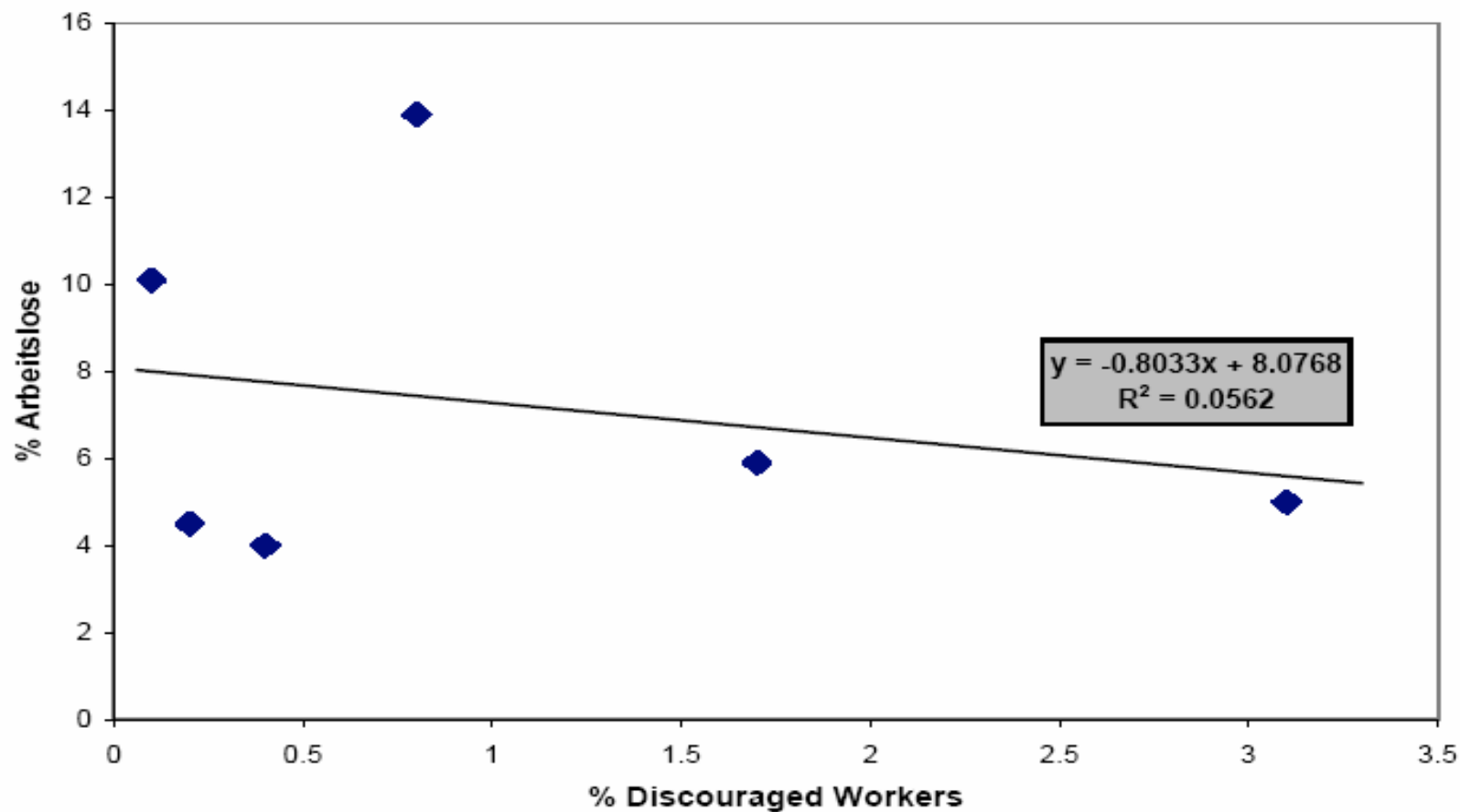
**OECD-Definition:** Nicht beschäftigte Individuen, die angeben, eine Beschäftigung zu suchen, aber keine „signifikanten“ Suchanstrengungen unternommen haben

Discouraged Workers (% der Erwerbsbevölkerung), 2000		
Land	Discouraged Workers	Suchende Arbeitslose
Dänemark	0.2	4.5
Frankreich	0.1	10.1
Japan	3.1	5.0
Schweden	1.7	5.9
Spanien	0.8	13.9
Vereinigte Staaten	0.4	4.0

- ▶ Unterscheidung zwischen *discouraged workers* und Arbeitslosen ist wegen Übergangsbereich zwischen Erwerbs- und Nicht-Erwerbspersonen unscharf
- ▶ Bewertung der Arbeitsmarktsituation sollte nicht allein auf Arbeitslosenrate abstellen; zusätzlich Analyse der Erwerbsbeteiligung und der Beschäftigtenquoten



## Discouraged Workers vs. Arbeitslosigkeit



## Erweiterungen des Grundmodells

- Lockerung vereinfachender Annahmen des partiellen Suchmodells:
  - 1) Exogene Arbeitslosenunterstützung
    - ▶ ***Arbeitslosenunterstützung als Versicherungsleistung (3)***
  - 2) Gegebene Suchintensität
    - ▶ ***variable Suchanstrengungen (1)***
  - 3) Keine Suche *on the job*
    - ▶ ***On-the-job search (nicht betrachtet)***
  - 4) Stationäres Umfeld
    - ▶ ***Duration Dependence (2)***

## Erweiterung: (1) Variable Suchanstrengungen

- **Arbeitslose können Suchintensität beeinflussen:**

$\lambda = \alpha \lambda(e)$        $e$ : Suchintensität;  $\alpha$ : Arbeitsmarktsituation  
mit  $\lambda_e > 0$ ,  $\lambda_{ee} < 0$ ,  $c = c(e)$ ,  $c_e > 0$ ,  $c_{ee} > 0$

▶ Arbeitslose müssen neben Reservationslohn die optimale Suchanstrengung  $e^*$  festlegen.

- **Wirtschaftspolitik kann Suchintensität beeinflussen**, indem  $b = b(\lambda)$  mit  $b_\lambda > 0$ , d.h. Koppelung der Transferhöhe an  $e$

▶ Variable Suchanstrengungen verändern nicht die grundsätzliche Struktur der Entscheidung über die Annahme eines Stellenangebots

▶ Für ein gegebenes Niveau  $e$  ist der **Reservationslohn weiterhin:**

$$x = b - c(e) + \frac{\alpha \lambda(e)}{r + q} \int_0^\infty (w - x) h(w) dw$$

## Variable Suchanstrengungen

Optimale Suchanstrengung  $e^*$  ?

Da  $V_U = x/r \Rightarrow \max_{e,x} V_U \Leftrightarrow \max_{e,x} x \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial e} = 0$

**(A)**  $\Rightarrow c'(e) = \frac{\alpha \cdot \lambda'(e)}{r+q} \int_x^\infty (w-x)h(w)dw$

$$\Rightarrow c'(e) \cdot \lambda(e) = \frac{\alpha \cdot \lambda'(e) \cdot \lambda(e)}{r+q} \int_x^\infty (w-x)h(w)dw$$

$$\Rightarrow \frac{c'(e) \cdot \lambda(e)}{\lambda'(e)} = \frac{\alpha \cdot \lambda(e)}{r+q} \int_x^\infty (w-x)h(w)dw$$

**(B)**  $\Rightarrow x = b - c(e) + \frac{\lambda(e)}{\lambda'(e)} c'(e)$

**(A) und (B) bilden ein Gleichungssystem, das  $e^*$  und  $x$  charakterisiert**

## Variable Suchanstrengungen

**Eigenschaften:** (ohne Herleitung)

$$\frac{\partial x(\alpha, b)}{\partial \alpha} > 0 \quad \frac{\partial x(\alpha, b)}{\partial b} > 0 \quad \frac{\partial e^*(\alpha, b)}{\partial \alpha} > 0 \quad \frac{\partial e^*(\alpha, b)}{\partial b} < 0$$

- Verbesserung der Arbeitsmarktsituation erhöht sowohl die Suchintensität als auch den Reservationslohn
- Erhöhung des Einkommens in Arbeitslosigkeit erhöht den Reservationslohn (=früheres Ergebnis) und reduziert die Suchintensität

## Erweiterung: (2) *Duration Dependence*

- $\lambda$  kann nicht nur zwischen Individuen variieren (über unterschiedliche Funktionen  $\lambda(e)$ ,  $c(e)$ ), sondern auch über die Zeit ► **nicht-stationäres Umfeld**
- Wenn sich Abgangsraten aus Arbeitslosigkeit  $\varphi$  mit Dauer der Arbeitslosigkeit  $\varphi = \varphi(s)$  verändern, spricht man von **Dauerabhängigkeit (*duration dependence*)**
- Zur Erinnerung:  $\varphi = \lambda[1 - H(x)]$

## Argumente für negative Dauerabhängigkeit

- **Veränderung der Angebotshäufigkeit:**  $\lambda = \lambda(t)$ 
  - Sinkende Motivation des Arbeitslosen bei andauernder erfolgloser Suche
  - Dauer der Arbeitslosigkeit als negatives Signal über Talente (ability) an Arbeitgeber
- **Veränderung der Lohnverteilung:**  $h(w) = h(w|t)$ :
  - Verlust von Humankapital in Arbeitslosigkeit ►  $E(h(w)) \downarrow$
  - Lohnangebote sind keine Zufallszüge aus Verteilung  $h(w)$ :  $\frac{\partial w}{\partial s} < 0$ , weil Arbeitslose systematisch zunächst bei den attraktivsten Arbeitgebern suchen

## Argumente für positive Dauerabhängigkeit

### ▪ Veränderung des Einkommens

**während Arbeitsplatzsuche:**  $z = z(t)$

- Rückgang der Transferansprüche  $\frac{\partial b}{\partial s} < 0$ , zum Beispiel durch Übergang von Arbeitslosengeld zu Arbeitslosenhilfe
- Steigende Suchkosten, weil bei erfolgloser Suche mit der Zeit die Zahl der nahe liegenden (auch im räumlichen Sinne) Arbeitgeber abnimmt
- Abnahme der übrigen Einkommen, z.B. weil Vermögen aufgebracht ist



## Argumente für wechselnde Dauerabhängigkeit

- Arbeitslose schätzen am Beginn Arbeitsplatzchancen zu optimistisch ein ► geringe Suchintensität
- Lerneffekt: realistische Einschätzung der Arbeitsmarktchancen ► Zunahme der Suchintensität
- Schrumpfender Firmen-Pool: Arbeitssuchende wenden sich nicht mehr an Firmen, bei denen sie schon einmal abgelehnt worden sind, obwohl dort im Zeitablauf wieder Stellen vorhanden sein könnten

## Dauerabhängigkeit vs. Zustandsabhängigkeit

- Vom Konzept der **Dauerabhängigkeit** zu unterscheiden ist das Konzept der **verzögerten Zustandsabhängigkeit** (*lagged state dependence*)
- Das **Niveau der Abgangsraten** aus Arbeitslosigkeit kann durch Häufigkeit und Dauer **früherer Arbeitslosigkeit** beeinflusst werden
- Dieser Effekt wirkt im Regelfall negativ auf die Abgangsrate

## Bedeutung des Vorzeichens der Dauerabhängigkeit

Fasst man die bisherigen Überlegungen zu den Determinanten der individuellen Abgangsrate aus Arbeitslosigkeit zusammen, ergibt sich:

$$\varphi_i = \varphi(s_i, U_i, z_i, X_i)$$

(?) (-) (-)

mit  $U_i$  - frühere Häufigkeit und Dauer der Arbeitslosigkeit

$X_i$  - andere (individuelle) Einflussvariablen

- ▶ **unbestimmtes Vorzeichen des *Duration-Dependence*-Effekts**
- ▶ **empirische Analyse erforderlich**
- ▶ **Vorzeichen entscheidet wirtschaftspol. Handlungsempfehlung:**
  - bei stark negativer *Duration Dependence*:  
Aktive Arbeitsmarktpolitik muss sich an alle Arbeitslosen richten, und zwar so früh wie möglich nach Beginn der Arbeitslosigkeit
  - bei schwacher negativer *Duration Dependence*:  
Identifikation der Personen mit permanent niedriger Abgangsrate aus Arbeitslosigkeit; Konzentration der Maßnahmen auf diese Teilnehmer

## Fazit der Vorlesung

- Im Suchmodell kann mit der Annahme von unvollständiger Information (Such-)Arbeitslosigkeit modelliert werden
- Die Strategie eines Suchenden lässt sich durch den (optimalen) Reservationslohn beschreiben (*stopping rule*), der wiederum von verschiedenen Modellparametern beeinflusst wird
- In einer ersten Erweiterung des Grundmodells kann der Weg in drei Arbeitsmarktstatus (Erwerbstätige, Erwerbslose und Nicht-Erwerbspersonen) in einem gemeinsamen Modellrahmen modelliert werden
- Als weitere Erweiterungen des Grundmodells wurden bisher betrachtet:
  - Variable Suchanstrengungen
  - Dauerabhängigkeit (*duration dependence*)

## Mögliche Klausurfragen

- Nennen Sie die Grundannahmen des partiellen Suchmodells
- Im Suchmodell (Grundmodell) wird die optimale Suchstrategie eines Arbeitslosen durch den Reservationslohn charakterisiert:  
Welche Faktoren bestimmen in welcher Art und Weise die Höhe des Reservationslohnes? Geben Sie jeweils eine *intuitive* Argumentation für die Wirkungsweise der Beziehungen
- Was sind *discouraged workers*?
- Welche Argumente sprechen für eine positive, negative bzw. wechselnde Dauerabhängigkeit (*duration dependence*)?
- Grenzen Sie das Konzept der Dauerabhängigkeit (*duration dependence*) vom Konzept der verzögerten Zustandsabhängigkeit (*lagged state dependence*) ab
- Sollte sich aktive Arbeitsmarktpolitik an alle Arbeitslosen richten, und zwar so früh wie möglich nach Beginn der Arbeitslosigkeit?