

## Das Unbeobachtbare sichtbar machen

Die Regressionsgleichung

$$h_i = L_0 (1-\alpha) - \frac{R_i}{w_i} \alpha + \varepsilon_i$$

entspricht dem Nutzenmodell

$$u_i = (R_i + w_i h_i)^{(1-\alpha)} (L_0 - h_i)^\alpha \exp(\varepsilon_i)$$

## Praktische Probleme bei der Schätzung der Arbeitsangebotsfunktion

- Lohnsatz und Arbeitsangebot sind nur für diejenigen beobachtbar, die erwerbstätig sind
- Lässt sich die Arbeitsangebotsfunktion auf der Basis der Erwerbstätigen allein konsistent schätzen?

Allgemein gilt

$$y_i = x_i \beta + \varepsilon_i \text{ mit } \varepsilon_i \sim N(0; \sigma_\varepsilon^2)$$

und somit

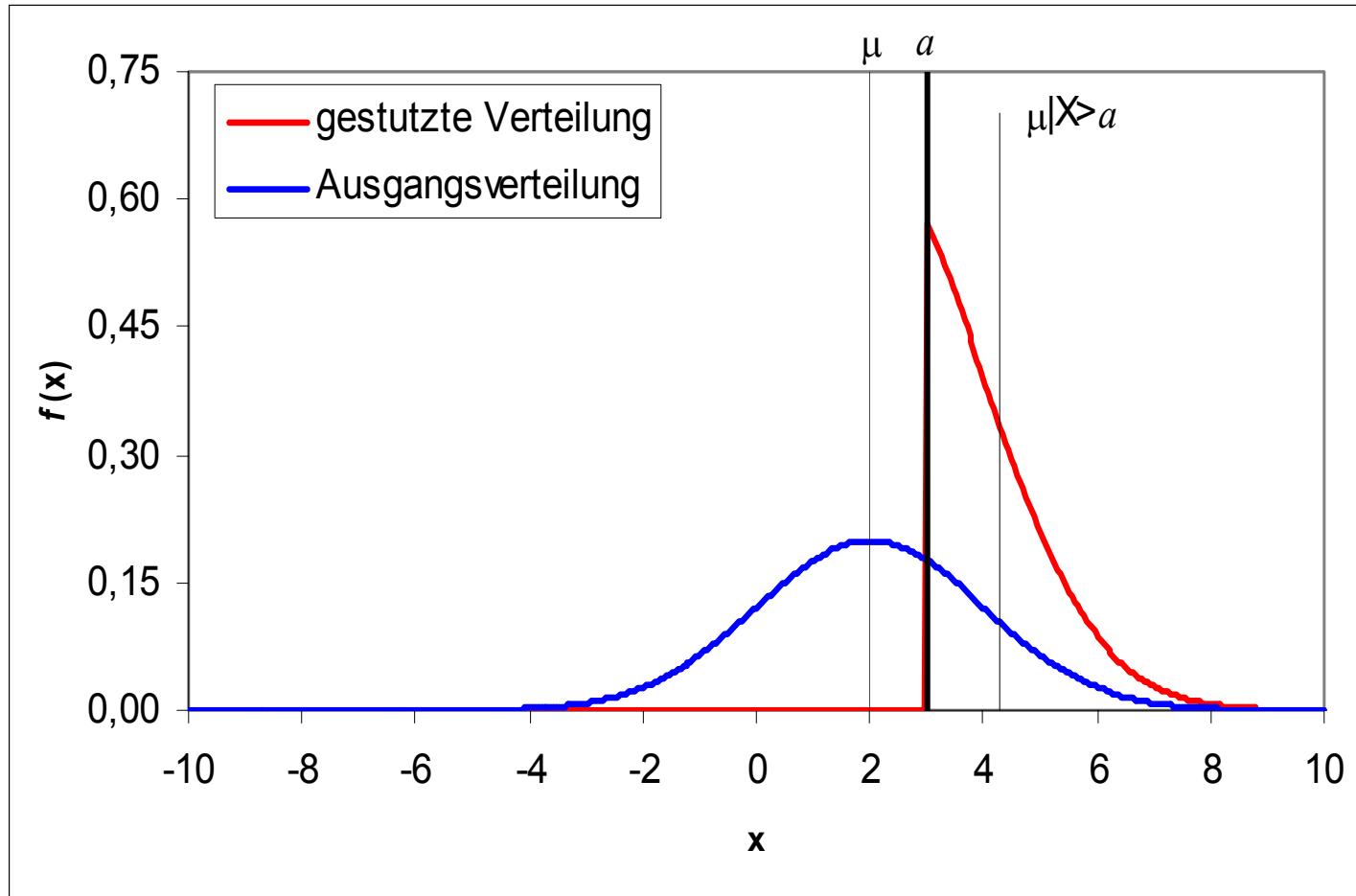
$$E(Y_i) = x_i \beta$$

Bei einer Auswahlbeschränkung auf positive Werte von  $y$  gilt jedoch

$$E(Y_i | Y_i > 0) = E(Y_i | \varepsilon_i > -x_i \beta) = x_i \beta + E(\varepsilon_i | \varepsilon_i > -x_i \beta)$$

$$= x_i \beta + \frac{\phi\left(\frac{x_i \beta}{\sigma_\varepsilon}\right)}{\Phi\left(\frac{-x_i \beta}{\sigma_\varepsilon}\right)} \sigma_\varepsilon$$

## Gestutzte Normalverteilung



## Fazit

- Ignorieren der Nicht-Erwerbstätigen führt zu einer sehr komplexen Schätzfunktion
- Ausweg durch Einbeziehung der Nicht-Erwerbstätigen
- Welcher Lohnsatz sollte für die Nicht-Erwerbstätigen eingesetzt werden?

## Lohnschätzung

- Lohnsatz lässt sich ebenfalls nur auf der Basis der Erwerbstätigen schätzen
- Konsistente Schätzung durch Selektionskorrektur möglich

Lohngleichung:

$$w_i = x_i \beta + u_i \text{ mit } u_i \sim N(0; \sigma_u^2)$$

Partizipationsgleichung:

$$y_i^* = z_i \gamma + v_i \text{ mit } v_i \sim N(0; 1)$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{falls } y_i^* > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zerlege  $u$  in:

$$u_i = v_i \zeta + \eta_i \quad \text{mit} \quad \eta_i \sim N(0; \sigma_\eta^2)$$

Für  $\zeta$  gilt:

$$\zeta = \frac{\sigma_{uv}}{\sigma_v^2} = \sigma_{uv} = \rho \sigma_u$$

Eingesetzt in die Lohngleichung folgt daraus:

$$w_i = x_i \beta + \rho \sigma_u v_i + \eta_i$$

Daraus folgt für den bedingten Erwartungswert von w:

$$E(W_i | W_i > 0) = E(W_i | Y_i^* > 0)$$

$$= x_i \beta + \rho \sigma_u E(v_i | Y_i^* > 0) = x_i \beta + \rho \sigma_u E(v_i | v_i > -z_i \gamma)$$

$$= x_i \beta + \rho \sigma_u \frac{\phi(z_i \gamma)}{\Phi(-z_i \gamma)} = x_i \beta + \lambda \frac{\phi(z_i \gamma)}{\Phi(-z_i \gamma)}$$

- Der Term  $\frac{\phi(z_i\gamma)}{\Phi(-z_i\gamma)}$  lässt sich extern bestimmen
- Er wird als **(Heckman-)Selektionskorrekturterm** bezeichnet  
► Heckman (1974, 1978, 1979)
- Nimmt man den Selektionskorrekturterm als zusätzlichen Regressor in die Regressionsgleichung auf, erhält man **konsistente Schätzungen für den individuellen Lohnsatz**

- a. James J. Heckman (1974): "Shadow Prices, Market Wages and Labor Supply", *Econometrica*, 42(4), S. 679-694.
- b. James J. Heckman (1978): "Dummy Endogenous Variable in a Simultaneous Equation Systems", *Econometrica*, 46(4), S. 931-60.
- c. James J. Heckman (1979): "Sample Selection Bias as a Specification Error", *Econometrica*, 47(1), S. 153-161

## Schätzung des Selektionskorrekturterms bzw. Schätzung von $\gamma$

- Auf der Basis der Partizipationsgleichung lässt sich ein Wahrscheinlichkeitskalkül erstellen
- Maximierung der Likelihoodfunktion nach  $\gamma$
- Bestimmung von  $\frac{\phi(z_i \hat{\gamma})}{\Phi(-z_i \hat{\gamma})}$  für jede einzelne Beobachtung

## Probit-Modell

$$P(y_i = 1) = P(y_i^* > 0) = P(z_i\gamma + v_i > 0) = P(v_i > -z_i\gamma)$$

$$1 - P(v_i \leq -z_i\gamma) = 1 - \Phi(-z_i\gamma) = \Phi(z_i\gamma)$$

$$P(y_i = 0) = \Phi(-z_i\gamma)$$

## Maximum-Likelihood-Schätzung des Probit-Modells

$$L = \prod_{i=1}^n \Phi(z_i\gamma)^{y_i} \Phi(-z_i\gamma)^{1-y_i}$$

- Maximierung von  $\ln(L)$  in Abhängigkeit von  $\gamma$

## Drei Stufen der Schätzung

- 1) Schätzung des Partizipationsmodells und Bestimmung der individualspezifischen Selektionskorrekturterme
- 2) Schätzung der Lohnfunktion incl. Selektionskorrekturterm
- 3) Schätzung der Arbeitsangebotsfunktion mit beobachteten Lohnsätzen für Erwerbstätige und vorhergesagten Lohnsätzen für Nicht-Erwerbstätige

## Beispiel: Ermisch und Wright (1991)

### ▪ Großbritannien:

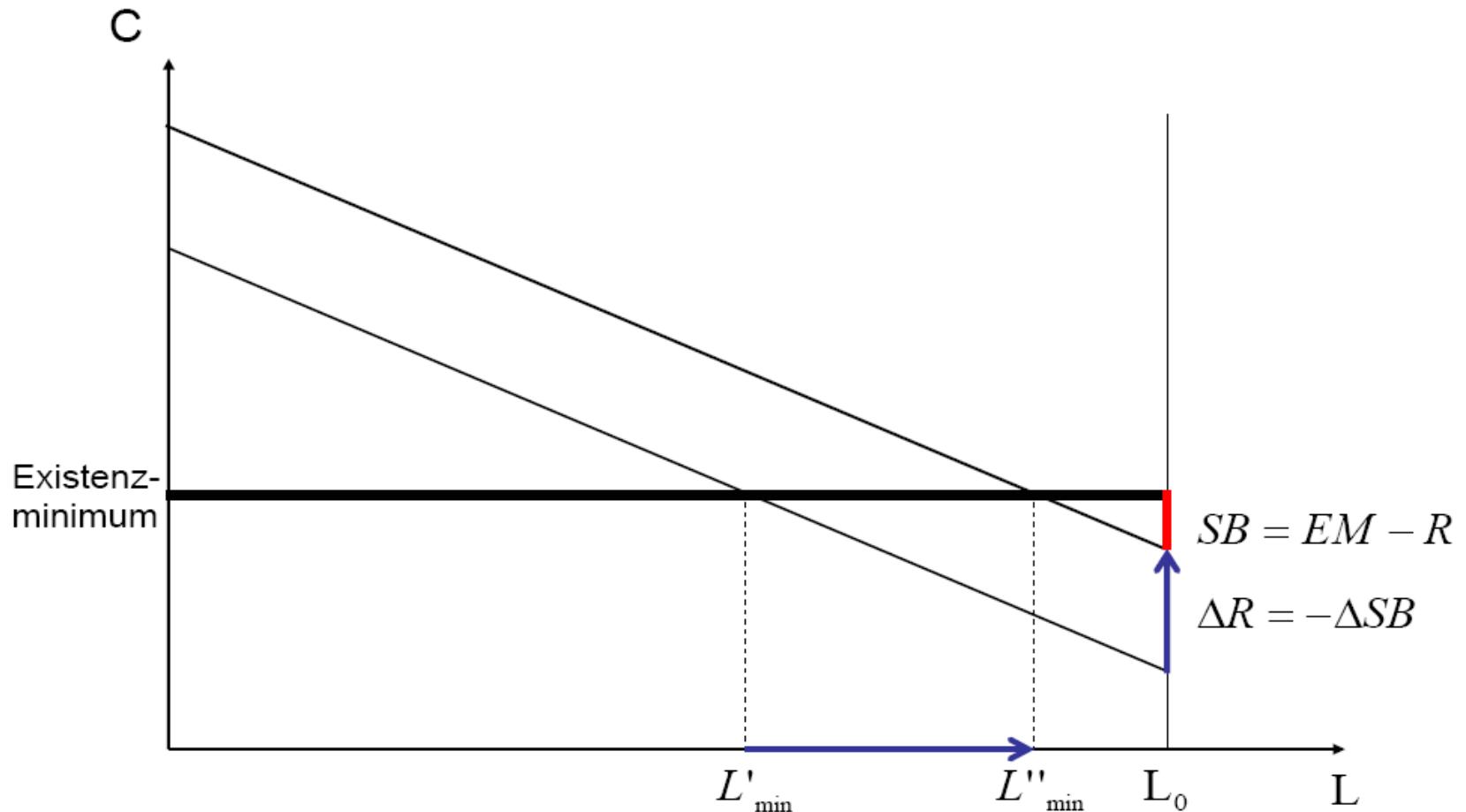
- hoher Anteil allein Erziehender (rund 90% davon Frauen)
- niedrige Beschäftigungsrate allein Erziehender
- arme allein Erziehende erhalten *Supplementary Benefit* (SB) (Transferenzugsrate: 100%)

### ► Hypothesen:

- Erhöhung des Nicht-Erwerbseinkommens, dass nicht aus SB stammt, wirkt sich unterschiedlich auf Partizipationswahrscheinlichkeiten aus:
  - für Nicht-Empfängerinnen von SB: negativer Einkommenseffekt
  - für Empfängerinnen von SB: positiver Partizipationseffekt

John F. Ermisch und Robert E. Wright (1991):  
“Welfare Benefits and Lone Parents’ Employment in Great Britain”, *The Journal of Human Resources*, 26(3), S. 424-456.

## Anreizeffekte einer Erhöhung des Nicht-Erwerbseinkommens für SB-Bezieherinnen



## Binäres Logit Modell (abhängige Variable: Partizipation)

Erklärende Variable	Alle Frauen	Berechtigte	Nicht Berechtigte
Arbeitslosenrate	-.0874 [4.57]	-.0943 [4.58]	-.0550 [0.99]
Nettoeinkommen	.0820 [15.55]	.0881 [15.20]	.0531 [3.52]
Virtuelles Einkommen	.0506 [8.36]	.0560 [8.56]	-.0123 [2.23]
SB-Niveau	-.0581 [3.43]	-.0491 [2.77]	-.0584 [1.17]
nicht berechtigt			
× virtuelles Einkommen	-.0635 [7.57]		
× SB-Niveau	.0666 [5.03]		
...	...		
Konstante	3.943 [3.65]	-4.749 [4.10]	2.064 [0.62]
N	2062	1785	277

Quelle: Ermisch und Wright (1991), Tabelle 1.

## Fortsetzung: Ermisch und Wright (1991)

### Ergebnisse:

- Koeffizient für virtuelles Einkommen bei Nichtarbeit misst Effekt auf Partizipationswahrscheinlichkeit der SB-Empfängerinnen
- Summe aus diesem Koeffizienten und dem Interaktions-Koeffizienten misst Effekt des virtuellen Einkommens für Frauen, die kein SB erhalten
  - ▶ ... für Empfängerinnen von SB steigt Wahrscheinlichkeit zu arbeiten mit Nichterwerbseinkommen
  - ▶ ... für alle anderen Frauen üblicher negativer Einkommenseffekt